

Dincolo de reprezentarea curenta a organizarii spontane in fluide si plasma: o abordare bazata pe teorie de camp

REZUMAT al Reportului Final pentru Proiectul ERC – Like 4/2012 (Florin Spineanu)

Dinamica in doua dimensiuni a fluidelor cuasi-ideale indica tendinta de auto-organizare. Curgerea ce este initializata intr-o forma neregulata ajunge in timp sa se ordoneze intr-un grad inalt si in starea asimptotica fluidul prezinta o forma de curgere coerenta stationara. Masura acestei stari ordonate este data de variabilele esentiale: functia de curgere (streamfunction), campul de viteze, vorticitatea. Pentru a identifica starea asimptotica, in afara existentei unui numar indefinit de cumulanti (corelatii ireductibile), specific formarii structurilor, se obtine si rezultatul ca functia de curgere verifica o ecuatie de o insemnatate speciala: *sinh*-Poisson. In ceea ce priveste substratul evolutiei spre ordine, cascada inversa a energiei si cascada directa a enstrofiei sunt rezultate clasice ale teoriei turbulentei bi-dimensionale.

Dar tendinta spre ordine are si alte faze decat acelea in care conceptele legate de turbulenta pot sa ofere o descriere acceptabila. Starea tarzie, premergatoare ordinii finale, consta dintr-un numar mic de vortexuri mezoscopice care se deplaseaza in plan cu o viteza redusa si care se pot intalni si forma prin coalescenta vortexuri de scala si mai mare. Aceasta faza nu mai poate fi descrisa cu notiunile de care se serveste teoria turbulentei. De regula, aceasta faza este studiata experimental sau prin simulare numerica.

In studiul evolutiei spontane a unui fluid 2D ideal (Euler) catre structuri de curgere inalt organizate stationare, teoria adopta adesea punctul de vedere al turbulentei. Ideia din spatele auto-organizarii a trebuit sa fie tratata cu mijloace indirecte: ecuatia fluidului Euler a fost discretizata in evolutia unui set finit de vortexuri punctuale si acestea au fost tratate ca un gaz. Abordarea statistica de baza intampina dificultati: spatiul fazelor este finit, nu exista limita termodinamica, nu exista ergodicitate, temperatura este negativa, entropia este invocata in sens contra-intuitiv, etc. dar reuseste sa gaseasca raspunsul : maximul entropiei la vorticitate totala zero si energie fixa deduce ecuatia ce descrie starile asimptotice relaxate: *sinh*-Poisson. Deja aparitia acestei ecuatii ar fi trebuit sa anunte ca integrabilitatea exacta si o exceptionala proprietate a structurilor algebro-geometrice, auto-dualitatea, sunt implicate in relaxarea fluidului. Cu totul alt limbaj era necesar. La o vedere atenta, sistemul vortexurilor punctuale sugereaza deja o noua abordare.

Am propus asadar pentru fluidul Euler o abordare bazata pe o teorie de camp clasica. Am construit Lagrangianul incat sa reflecte: natura vorticala a elementelor (spinor mixt din algebra $sl(2,C)$); miscare de tip ExB (termen Chern-Simons); interactie "long-range" (termen neliniar de auto-interactie). Am dedus ecuatiile de miscare, curentii si am identificat extremul actiunii, oferind astfel o deducere pur analitica a ecuatiei *sinh*-Poisson. Auto-dualitatea a aparut de la sine, esentiala proprietate ce genereaza solitoni, instantoni, vortexuri, structuri topologice, a fost astfel asociata indisolubil fluidului Euler ideal in 2D.

Teoria de camp se formuleaza in termenii a doua campuri: de gauge si de materie. Acestea sunt de fapt reprezentari distincte ale aceluiasi obiect fizic: vorticitatea. De ce ar fi nevoie de doua reprezentari? Motivul, care urmeaza preocuparea permanenta din teoria fluidelor, este desfacerea (dezasamblarea) neliniaritatii fundamentale Riemann: advection vorticitatii de catre propriul ei camp de viteze. Ceea ce face teoria campului este analog transformarii Hopf-Cole ce dezassembleaza neliniaritatea Riemann in fluidul Burgers in 1D.

Am studiat sistemul in starile premergatoare atingerii stationaritatii. Exista doua directii in care teoria de camp poate studia aceste stari: (1) in vecinatatea auto-dualitatii, cu echilibru intre respingerea indusa de campul de gauge si atractia termenului neliniar de materie (pentru vortexuri de acelasi semn); am dedus astfel ecuatii ce generalizeaza modelul Abelian; (2) fara a presupune acest echilibru; in acest

caz apare posibil sa *simulam* prezenta disparirii ce face posibile evenimente de reconexiune a liniilor de curent, deci evolutia topologica catre ordine. Apare de asemenea ca orice ordonare suprima o mica cantitate de elicitate reprezentata prin amplitudinea termenului Chern-Simons, ceea ce este compatibil cu descresterea enstrofiei. De asemenea, rezulta ca enstrofia este entropia Kullback Leibler ceea ce este sugestiv pentru cascada spectrala directa a enstrofiei. De aici apare si o legatura stranie cu matricile random: vortexul Euler monopolar extins la tot planul (deci nu este la auto-dualitate) este dat de ecuatia Painleve III, care pe de alta parte descrie un ansamblu de matrici random Gaussiene. Numeroase alte extinderi sunt posibile.

In mod special identificam legaturi profunde cu teoria suprafetelor din spatiul tri-dimensional ordinar care au curbura medie constanta (CMC). O curgere corespunde la o suprafata, acesta este rezultatul. Teoreme extrem de restrictive asupra suprafetelor CMC se rasfrang asupra realizabilitatii unor configuratii stationare ale fluidului. Fiecare *unduloid Delaunay* corespunde de fapt unui sistem periodic de vortexuri dipolare in fluid.

Rezulta, intr-un orizont ce este mult mai larg decat acela al abordarii statistice a aproximatiei discrete, stranii legaturi cu teoria fermionica Nambu-Jona-Lasinio (NJL). Teoria noastra de camp este bosonica si include termenul Chern-Simons, acela care produce vorticitate prin miscarile $E \times B$ precum si auto-interactia campului de materie. Dar o teorie fermionica cuplata cu un camp de gauge este de asemenea capabila sa produca termen Chern-Simons. In plus, starea de vid in FT are valoarea de vid chirala ± 2 . Fluidul ideal in echilibru este un exemplu in lumea clasica a ruperii spontane a simetriei chirale. NJL este o teorie fermionica fara masa dar cu auto-interactie. Excitatiea materiei ajunge sa capate o masa, dar prin auto-interactie, nu este nevoie de mecanismul Higgs. Aici este o sursa de profunde conexiuni.

Am extins in mod natural teoria de camp la fluide bi-dimensionale a caror dinamica se desfasoara pe un fundal de rotatie globala impusa extern. Este de altfel clasa de sisteme fluide de cea mai mare insemnatate: plasma in camp magnetic intens, atmosfera planetara, oceanele, plasma ne-neutra, etc. Aici ecuatiile modelului discret de vortexuri punctuale arata interactie de scala spatiala scurta : interactia dintre elementele de vorticitate este modificata de prezenta rotatiei globale. Teoria de camp pe care am dezvoltat-o pentru fluidul Euler a trebuit adaptata reflectand interactia « short range » prin mecanismul Higgs: fotonul campului de gauge capata masa din cauza condensatului de vorticitate impus asimptotic de rotatia globala. Am explorat doua directii.

In prima, vorticitatea dinamica este de semn unic si structura de baza este monopolara. Am dedus ecuatia starilor stationare. Solutiile sunt de forma unui inel de vorticitate, ceea ce sugereaza aplicatii la « ocean rings », formatiuni extrem de stabile de miscare de geometrie inelara (apar de exemplu in Caraibe). Teoria de camp indica stabilitatea si o asociaza naturii topologice a extremului actiunii. Specificul acestor configuratii este ca - ideal - au o singularitate a vitezei azimutale in centrul inelului. Efectul practic este foarte interesant: o miscare transversala pe plan devine inevitabila si deci o vasta clasa de aplicatii devine posibila (jeturi axiale in formatiuni galactice planare, etc.).

Am incercat, intr-o directie independenta, sa extindem teoria de camp la sisteme cu vorticitate de ambele semne. Aici insa nu exista auto-dualitate si a trebuit sa admitem existenta unei energii reziduale (nu avem extremul actiunii). Ecuatia dedusa de noi este deci numai indicativa. Straniu, aceasta ecuatie s-a dovedit capabila sa descrie cantitativ vortexuri din atmosfera planetara. Am dedus doua ecuatii ce leaga parametri principali ai cicloanelor tropicale: viteza azimutala maxima, raza eye-wall si raza extinderii spatiale maxime. Am dovedit ca descriem bine date ale cicloanelor tropicale (NW Pacific, deoarece aici pot atinge stationaritatea) precum si profilul radial al vantului azimutal. Un rezultat din teoria campului: egalitatea dintre masa excitatiei materiale si masa fotonului se traduce in domeniul geometriei ciclonului tropical prin egalitatea dintre dimensiunea radiala maxima si raza Rossby.

Teoria de camp releva o alta legatura stranie, poate chiar generatoare de aplicatii: in plasma in camp magnetic intens, driftul de polarizare ionica permite, in unele conditii, concentrarea vorticitatii.

Aceasta pare a fi o reflectare a anomaliei axiale, adica existenta unei divergente nenule a curentului axial, determinata de gradul topologic al campului de gauge. Acest date sunt prezente in teoria de camp si au semnificatie fizica palpabila.

Pe langa studiul starilor asimptotice organizate, proiectul propune abordarea problemei generarii de structuri cuasi-coerente din stari turbulente ale fluidelor si ale plasmelor. Aceste structuri sunt de scala mica sau intermediara si initiaza evolutia complexe care conduce la structuri coerente de mari dimensiuni ce reprezinta stari asimptotice stationare ale sistemului. Ele au fost identificate in simularile numerice dar, in majoritatea cazurilor, nu au putut fi descrise analitic pornind de la principii fizice fundamentale ci doar prin modele fenomenologice.

Acest studiu este bazat pe rezultate originale ale grupului de Teoria Plasmei privind statistica particulelor test in campuri de viteze stohastice. In cercetari anterioare acestui contract, am dezvoltat o metoda semi-analitica care a permis studiul procesului intrinsec de captura ce apare in cazul turbulentei bidimensionale incompresibile. Am aratat ca aceasta captura de tip vortical determina efecte de memorie, regimuri anormale de transport si distributii ne-Gaussiene ale deplasarilor. Trajectoriile capturate formeaza structuri vorticale cuasi-coerente. Aceste metode s-au dovedit foarte utile si au condus la numeroase studii ale transportului de particule si de energie in plasmе confinate magnetic.

Acest proiect propune (a) extinderea studiile de transport bazate pe abordarea de tip particule test la alte domenii si (b) determinarea efectelor capturii trajectoriilor asupra evolutiei turbulentei. Obiectivul b este foarte ambitios deoarece implica dezvoltarea unor metode teoretice care sa poata fi folosite pentru studiul regimurilor puternic neliniare, in conditiile in care metodele existente se pot aplica doar in regimuri slab neliniare ale turbulentei.

In cadrul Obiectivului a, am studiat doua probleme fizice de interes in cercetarile actuale: advectiona stohastica a vaporilor in nori convectivi de tip cumulus [6, 12, 13] si difuzia particulelor incarcate in campul magnetic stohastic din plasma spatiala [7, 9, 16, 23].

In cadrul Obiectivului b s-au finalizat cercetari care au dus la un rezultat important [4, 24] ce consta din demonstrarea efectului decisiv al capturii in evolutia neliniara a turbulentei. Mai precis, am studiat evolutia turbulentei de drift in plasma confinata magnetic. Am arata ca procesele neliniare observate in simularile numerice (cresterea lungimii de corelatie a potentialului – cascada inversa, generarea unor curgeri zonale si atenuarea neliniara a turbulentei) sunt determinate de captura particulelor. Aceasta este prima tratare analitica bazata pe descrierea fizica fundamentala care conduce la rezultate compatibile cu simularile numerice in regimul puternic neliniar. S-au obtinut prime rezultate in studiul fluidelor ideale descrise de modelul vortexurilor punctuale in interactie [19].

Mentionam de asemenea ca pe acest contract au fost angajati trei studenti care au participat la realizarea unor obiective ale contractului. Ei sunt acum angajati permanent, ca urmare a concursului de admitere in INFLPR la care s-au clasat pe primele locuri.

S-au facut opt aplicatii la competitii europene, din care cinci in calitate de Principal Investigator. Doua proiecte au fost acceptate (din care unul cu contributie financiara europeana) iar patru proiecte nu au fost inca evaluate.

Au fost prezentate rezultatele in 6 articole ISI (patru publicate, unul acceptat si unul trimis) patru articole electronice pe <http://arXiv.org>, si sunt in pregatire altele. 14 lucrari au fost prezentate la conferinte din care patru invitate.